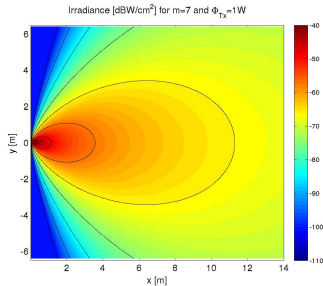


Ausbreitung von Infrarot-Licht in Räumen

Henrik Schulze

Fachhochschule Südwestfalen in Meschede

Nürnberg, 2016-06-07



- **Optische Übertragung mit Intensitätsmodulation und direkter Detektion (IM/DD)**
 - Vorteile der optischen Übertragung
 - Grundprinzip IM/DD
- **Charakterisierung des optischen Übertragungskanals**
 - Ausbreitungsdämpfung, (verallgemeinerter) Lambert-Strahler
 - Mehrwegeausbreitung
 - Systemtheorie: Impulsantwort und Übertragungsfunktion
- **Berechnung der Übertragungsfunktion und der Impulsantwort**
- **Numerische Beispiele**
- **Zusammenfassung und Ausblick**

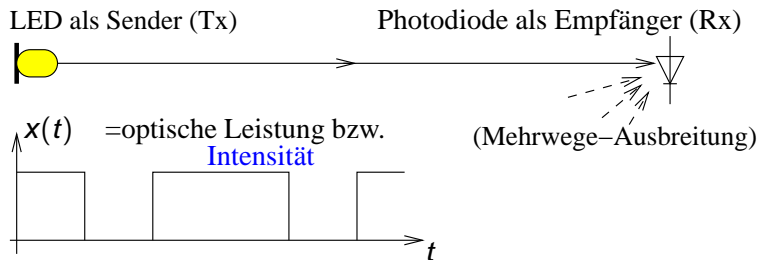
Vorteile:

- Das Signal durchdringt keine Wände \Rightarrow
 - Keine Frequenzplanung erforderlich
 - Abhörsicherheit auf der physikalischen Ebene
- Preisgünstige Komponenten

Randbedingungen:

- Grenzwerte für die optische Leistung (Schutz der Augen)
- Rauschquellen:
 - Schrotrauschen durch Umgebungslicht
 - Thermisches Rauschen der elektronischen Bauteile
- *Deterministischer statischer Mehrwegekanal*
- LED mit Wellenlänge (z.B.) im nahen Infrarotbereich:
 $\lambda_{\text{Licht}} \approx 850\text{-}1000 \text{ nm}$

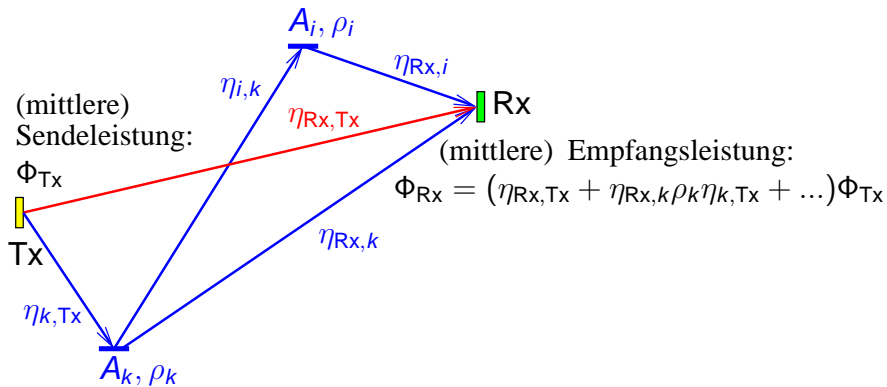
Inkohärente optische Übertragung (IM/DD)



- **Intensitäts-Modulation (IM)** des Lichtes
⇒ Reelles Basisband-Signal $x(t) \geq 0$
- **Direkte Detektion (DD)** der Lichtintensität am Empfänger
- Modulationsfrequenzen: $f_{\text{mod}} \sim 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow \lambda_{\text{mod}} \sim 300 \text{ m}$
- Schwingung der Lichtwelle ($f_{\text{Licht}} \sim 10^{14} \text{ Hz}$) wird am Rx heraus gemittelt (Fläche $A_{\text{Rx}} \gg \lambda_{\text{Licht}}^2$)

⇒ **statischer Mehrwegekanal**

Mehrwege-Ausbreitung: Dämpfung(en) $\eta \propto d^{-2}$



Sender (Tx) \rightarrow Empfänger (Rx) $\eta_{Rx,Tx}$

Sender \rightarrow Flächenelement A_k $\eta_{k,Tx}$

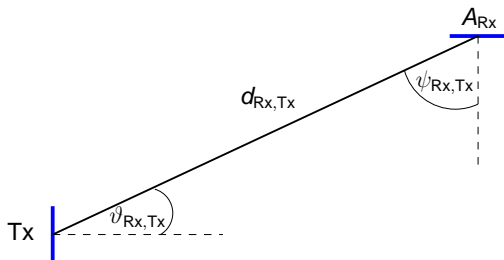
Flächenelement $A_k \rightarrow$ Empfänger $\eta_{Rx,k}$

Flächenelement $A_k \rightarrow$ Flächenelement A_i $\eta_{i,k}$

Reflexionsfaktor des Flächenelements A_k ρ_k

Ausbreitungsmodell $\eta \propto d^{-2}$: Lambert-Strahler

Ungerichteter Strahler ("Milchglas") oder diffuser Reflektor



Sende- und Empfangsflächen erscheinen um die geometrischen Faktoren $\cos \vartheta$ und $\cos \psi$ verkleinert:

$$\eta_{Rx,Tx} = \frac{1}{\pi} \cos \vartheta \cdot \frac{A_{Rx}}{d_{Rx,Tx}^2} \cos \psi \quad \text{und entsprechend für } \eta_{i,k} \text{ usw.}$$

Keine sonstige **Richtcharakteristik!**

Tx: Verallgemeinerter Lambert-Strahler

Modell für Tx-Richtcharakteristik mit (Lambert-) Parameter m :

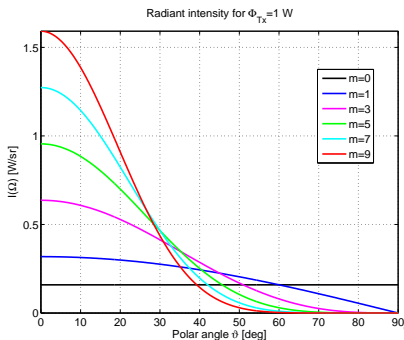
$$\eta_{\text{Rx,Tx}} = \frac{m+1}{2\pi} \cos^m \vartheta \cdot \frac{A_{\text{Rx}}}{d_{\text{Rx,Tx}}^2} \cos \psi \quad \text{und entsprechend für } \eta_{i,\text{Tx}}$$

$m = 0 \rightsquigarrow$ isotroper Halbkugelstrahler

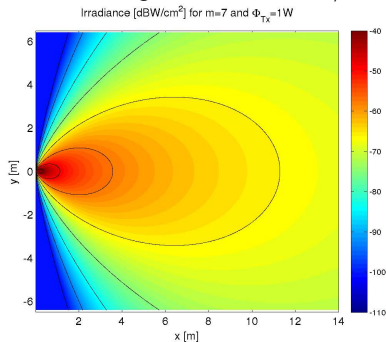
$m = 1 \rightsquigarrow$ diffuse Streuung (Lambert-Strahler)

$m > 1 \rightsquigarrow$ gerichtet

Strahlstärke $I(\Omega) = d\Phi/d\Omega$



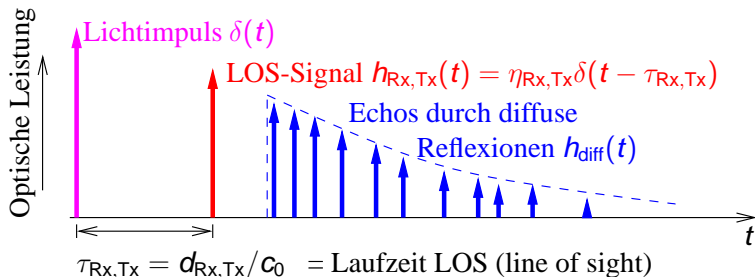
Bestrahlungsstärke $E = d\Phi/dA$



Charakterisierung des optischen Übertragungskanal

■ Impulsantwort $h(t)$

= Systemantwort (@Rx) auf einen Lichtimpuls $\delta(t)$ ("Blitz")



$$h(t) = h_{\text{Rx,Tx}}(t) + h_{\text{diff}}(t)$$

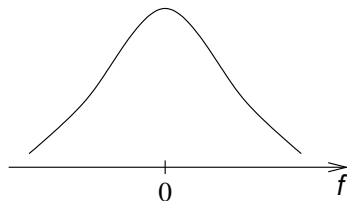
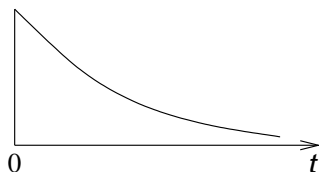
oder

■ Übertragungsfunktion $H(f)$

= Fouriertransformierte der Impulsantwort (*Frequenzgang*)

Impulsantwort $h(t)$

○ — ● Übertragungsfunktion $H(f)$



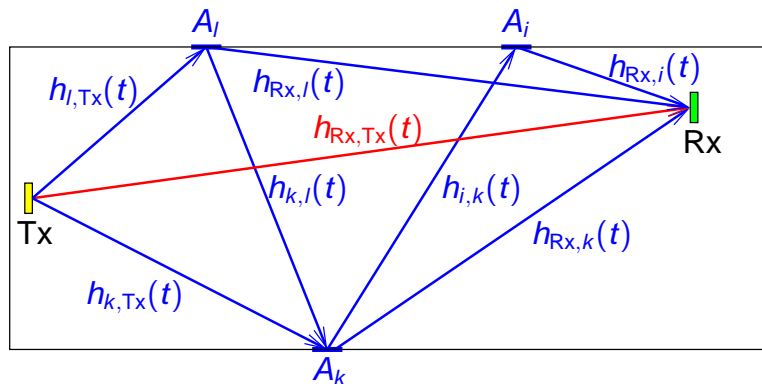
- $h(t)$ beschreibt die Echo-Amplituden
- $H(f)$ beschreibt den Frequenzgang:
 - Dämpfung bei der Frequenz f
 - Phasenverzögerung bei der Frequenz f

Wegen IM/DD gilt:

In $H(f)$ ist f die Frequenz der *Intensitätsmodulation* des Lichtes

Ausbreitungswege: LOS und Reflexionen

N Flächenelemente A_k mit Reflexionsfaktoren ρ_k



$$h_{Rx,Tx}(t) = \eta_{Rx,Tx} \delta(t - \tau_{Rx,Tx}) \quad \circ \bullet \quad H_{Rx,Tx}(f) = \eta_{Rx,Tx} e^{-j2\pi f \tau_{Rx,Tx}}$$
$$h_{i,k}(t) = \eta_{i,k} \delta(t - \tau_{i,k}) \quad \circ \bullet \quad H_{i,k}(f) = \eta_{i,k} e^{-j2\pi f \tau_{i,k}}$$

usw.

Impulsantwort der diffusen Komponente

Barry et al. 1993; Carruthers und Kannan 2002

Reflexionen 1., 2. und 3. Ordnung als *Summen* (über alle N Flächenelemente) von *mehrfachen Faltungen*:

$$h_{\text{diff}}^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^N \rho_k h_{\text{Rx},k}(t) * h_{k,\text{Tx}}(t)$$

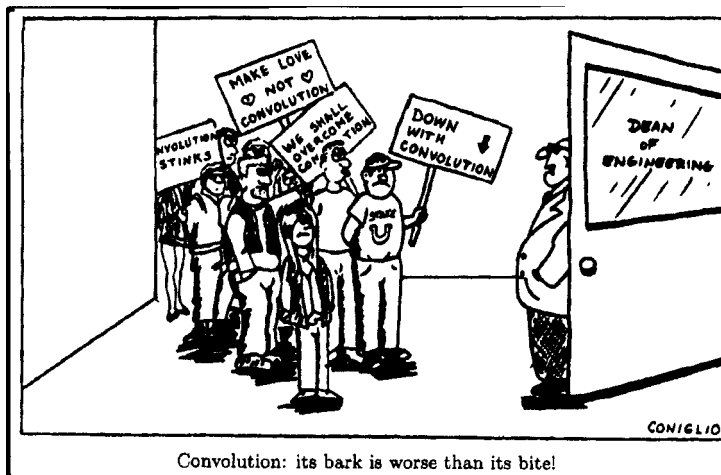
$$h_{\text{diff}}^{(2)}(t) = \sum_{i,k=1}^N \rho_i \rho_k h_{\text{Rx},i}(t) * h_{i,k}(t) * h_{k,\text{Tx}}(t)$$

$$h_{\text{diff}}^{(3)}(t) = \sum_{i,k,l=1}^N \rho_i \rho_k \rho_l h_{\text{Rx},i}(t) * h_{i,k}(t) * h_{k,l}(t) * h_{l,\text{Tx}}(t)$$

Impulsantwort der diffusen Komponente als unendliche Summe:

$$h_{\text{diff}}(t) = \sum_{\ell=1}^{\infty} h_{\text{diff}}^{(\ell)}(t)$$

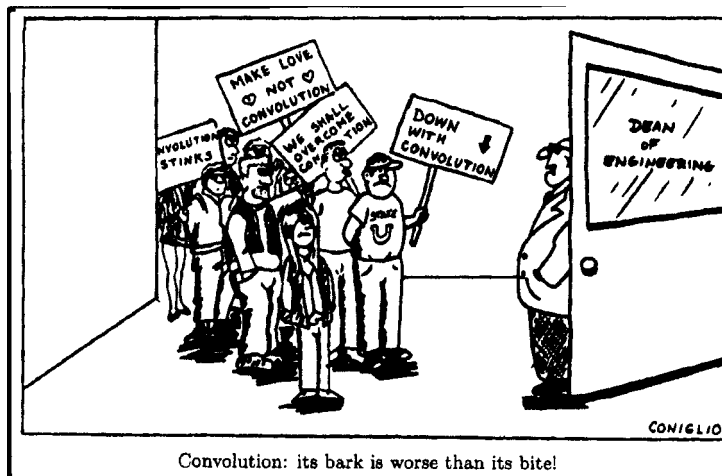
Muss das mit den vielen Faltungen wirklich sein?



Convolution: its bark is worse than its bite!

(Cartoon aus dem Buch von B.P. Lathi, *Signal Processing and Linear Systems*)

Muss das mit den vielen Faltungen wirklich sein?

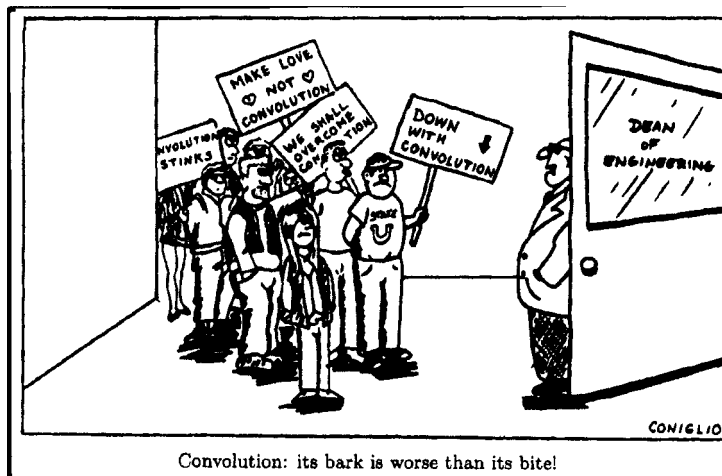


Convolution: its bark is worse than its bite!

(Cartoon aus dem Buch von B.P. Lathi, *Signal Processing and Linear Systems*)

↪ transformiere in den Frequenzbereich $h(t) \circ \bullet H(f)$

Muss das mit den vielen Faltungen wirklich sein?



Convolution: its bark is worse than its bite!

(Cartoon aus dem Buch von B.P. Lathi, *Signal Processing and Linear Systems*)

⇒ transformiere in den Frequenzbereich $h(t) \circ \bullet H(f)$

⇒ aus Faltungen werden Produkte!

Übertragungsfunktion der diffusen Komponente

H. Schulze, IEEE Trans. on Comm., Juni 2016

Reflexionen 1., 2. und 3. Ordnung als *Summen von Produkten*:

$$H_{\text{diff}}^{(1)}(f) = \sum_{k=1}^N H_{\text{Rx},k}(f) \rho_k H_{k,\text{Tx}}(f)$$

$$H_{\text{diff}}^{(2)}(f) = \sum_{i,k=1}^N H_{\text{Rx},i}(f) \rho_i H_{i,k}(f) \rho_k H_{k,\text{Tx}}(f)$$

$$H_{\text{diff}}^{(3)}(f) = \sum_{i,k,l=1}^N H_{\text{Rx},i}(f) \rho_i H_{i,k}(f) \rho_k H_{k,l}(f) \rho_l H_{l,\text{Tx}}(f)$$

Übertragungsfunktion der diffusen Komponente als unendliche Summe:

$$H_{\text{diff}}(f) = \sum_{\ell=1}^{\infty} H_{\text{diff}}^{(\ell)}(f)$$

Das sind ja alles Produkte von Matrizen!

Beispiel: Reflexionen 3. Ordnung kann man schreiben als

$$\begin{aligned} H_{\text{diff}}^{(3)}(f) &= \sum_{i,k,l=1}^N H_{\text{Rx},i}(f)\rho_i H_{i,k}(f)\rho_k H_{k,l}(f)\rho_l H_{l,\text{Tx}}(f) \\ &= \mathbf{r}^T(f) \mathbf{G}_\rho (\mathbf{H}(f) \mathbf{G}_\rho)^2 \mathbf{t}(f) \end{aligned}$$

mit folgenden Vektoren und Matrizen:

| | |
|-------------------------------|--|
| Tx \rightarrow Flächen | $\mathbf{t}(f) = (H_{1,\text{Tx}}(f) \quad H_{2,\text{Tx}}(f) \quad \dots \quad H_{N,\text{Tx}}(f))^T$ |
| Reflexionsfaktoren | $\mathbf{G}_\rho = \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_N)$ |
| Flächen \rightarrow Flächen | $[\mathbf{H}(f)]_{ik} = H_{ik}(f)$ |
| Flächen \rightarrow Rx | $\mathbf{r}^T(f) = (H_{\text{Rx},1}(f) \quad H_{\text{Rx},2}(f) \quad \dots \quad H_{\text{Rx},N}(f))$ |

Reflexionen der Ordnung ℓ :

$$H_{\text{diff}}^{(\ell)}(f) = \mathbf{r}^T(f) \mathbf{G}_\rho (\mathbf{H}(f) \mathbf{G}_\rho)^{\ell-1} \mathbf{t}(f)$$

$$\begin{aligned} H_{\text{diff}}(f) &= \sum_{\ell=1}^{\infty} H_{\text{diff}}^{(\ell)}(f) \\ &= \mathbf{r}^T(f) \mathbf{G}_{\rho} \left(\sum_{\ell=1}^{\infty} (\mathbf{H}(f) \mathbf{G}_{\rho})^{\ell-1} \right) \mathbf{t}(f) \end{aligned}$$

Summenformel der Neumann-Reihe (=geometrische Reihe für Matrizen) \Rightarrow

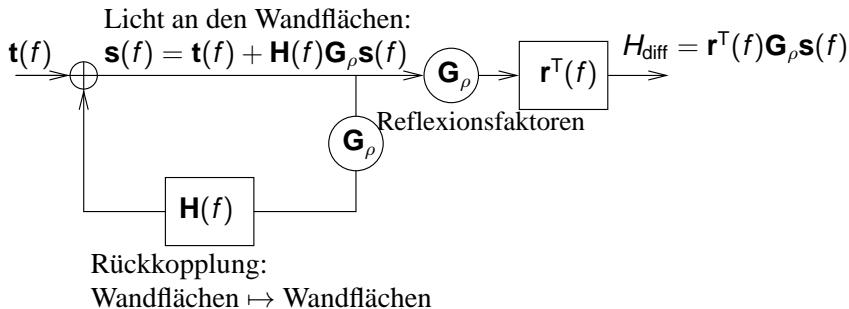
$$H_{\text{diff}}(f) = \mathbf{r}^T(f) \mathbf{G}_{\rho} (\mathbf{I} - \mathbf{H}(f) \mathbf{G}_{\rho})^{-1} \mathbf{t}(f) \quad (\mathbf{I} = \text{Einheitsmatrix})$$

Also:

- Im Frequenzbereich kann man eine geschlossene Lösung für unendlich viele Reflexionen finden
- Dagegen: Im Zeitbereich kann man nur Reflexionen endlicher Ordnung berechnen

Die Lichtausbreitung im Raum als rekursives System

Alternative Formulierung (ähnlich dem *Radiosity Approach* in der Computergraphik)



Rekursionsgleichung für das Licht an den Wandflächen:

$$\mathbf{s}(f) = \mathbf{t}(f) + \mathbf{H}(f)\mathbf{G}_\rho\mathbf{s}(f) \Rightarrow \mathbf{s}(f) = (\mathbf{I} - \mathbf{H}(f)\mathbf{G}_\rho)^{-1} \mathbf{t}(f)$$

$$\Rightarrow \boxed{H_{\text{diff}}(f) = \mathbf{r}^\top(f)\mathbf{G}_\rho(\mathbf{I} - \mathbf{H}(f)\mathbf{G}_\rho)^{-1} \mathbf{t}(f)}$$

$$H_{\text{diff}}(f) = \mathbf{r}^T(f) \mathbf{G}_\rho (\mathbf{I} - \mathbf{H}(f) \mathbf{G}_\rho)^{-1} \mathbf{t}(f)$$

d.h. berechne für jede Frequenz f den Ausdruck

$$\mathbf{s} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{t} \quad (\text{mit } \mathbf{A} = \mathbf{H}(f) \mathbf{G}_\rho).$$

Das lineare Gleichungssystem (für den Vektor \mathbf{s})

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{s} = \mathbf{t}$$

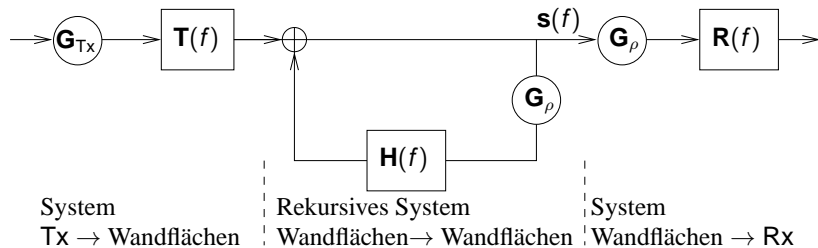
kann man mit dem *Gauß-Algorithmus* lösen, – oder mit *Jacobi-Iteration*:

$$\mathbf{s}_\ell = \mathbf{t} + \mathbf{A} \mathbf{s}_{\ell-1} \quad \text{mit Startbedingung } \mathbf{s}_1 = \mathbf{t}$$

↪ das führt gerade wieder zurück auf die Neumann-Reihe

$$\mathbf{s}_L = \sum_{\ell=1}^L \mathbf{A}^{\ell-1} \mathbf{t} \quad (\ell = \text{Ordnung der Reflexion})$$

Verallgemeinerung auf mehrere Sender und Empfänger



Impulsantwort durch IFFT:

$$H(f) = H_{\text{Rx,Tx}}(f) + H_{\text{diff}}(f) \quad \bullet \text{---} \circ \quad h(t) = h_{\text{Rx,Tx}}(t) + h_{\text{diff}}(t)$$

Mittlere optische Empfangsleistung (=Gleichanteil des Signals):

$$\Phi_{\text{Rx}} = H(0)\Phi_{\text{Tx}} \quad \text{d.h.} \quad \eta = H(0)$$

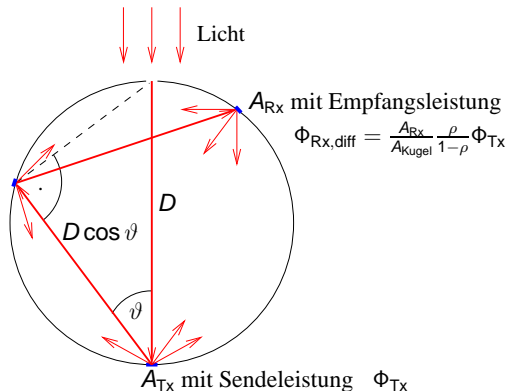
Vergleiche mit Ergebnissen der Literatur:

- Barry et al. 1993: Zeitbereichssimulationen (Faltung) mit Reflexionen bis maximal 3. Ordnung
- Carruthers und Kannan 2002: Numerische Verbesserung der Barry-Methode. Reflexionen bis 7. bzw. 10. Ordnung
- Jungnickel (Jn) et al. 2002: Rechnet den Raum wie eine **ULBRICHTKUGEL** \rightsquigarrow grobes analytisches Modell

Jungnickel: Ulbrichtkugel-Modell für den Raum

Hohlkugel mit einer kleinen Einfalls-Öffnung und beschichteten Innenflächen: Lambert-Reflektoren mit konstantem ρ

⇒ konstante Bestrahlungsstärke auf den Innenflächen

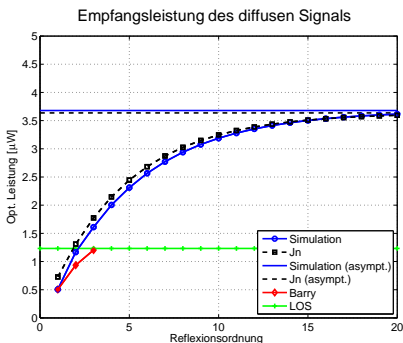
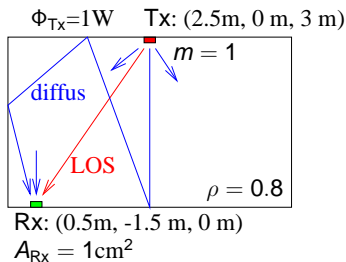


Näherungsweise exponentielle Impulsantwort!

Barry-Konfiguration A: Raum $5\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$

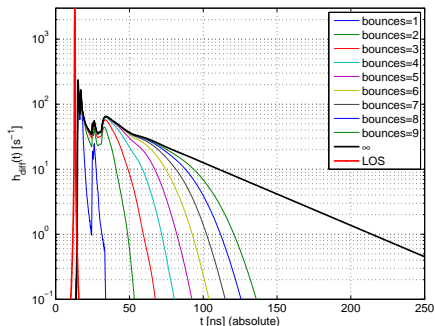
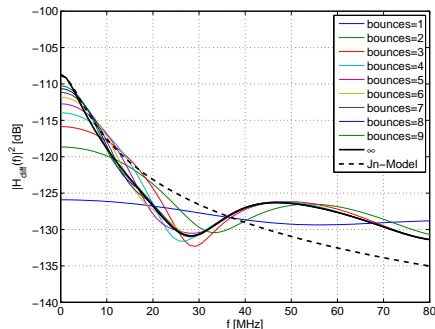
Stark reflektierende Wände: $\rho = 0.8$; Tx: Lambert-Strahler ($m = 1$)

Seitenansicht Barry A



- Hoher Reflexionsfaktor $\rho = 0.8 \Rightarrow$ Reflexionen höherer Ordnung tragen wesentlich bei
- Reflexionen bis 3. Ordnung liefern nur geringen Teil der diffusen Empfangsleistung
- Jungnickel-Modell passt überraschend gut (Zufall?)

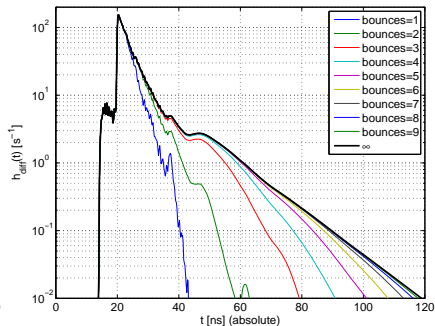
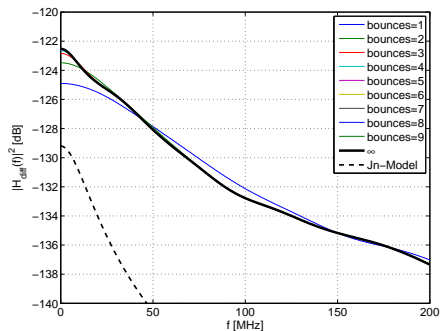
Barry-A: $H_{\text{diff}}(t)$ und $h_{\text{diff}}(t)$



- Die Reflexionen höherer Ordnung spielen eine große Rolle
- Bei niedrigen Frequenzen ist Jungnickels Kugelmodell eine gute Näherung
- Asymptotisch exponentielles Abfallverhalten für $h_{\text{diff}}(t)$ sieht man nicht bei niedriger Ordnung

Barry-D: Raum 7,5 m × 5,5 m × 3,5 m

Tx und Rx auf Tischhöhe und nach oben gerichtet (rein diffus); $\rho \approx 0.5$ (variabel)

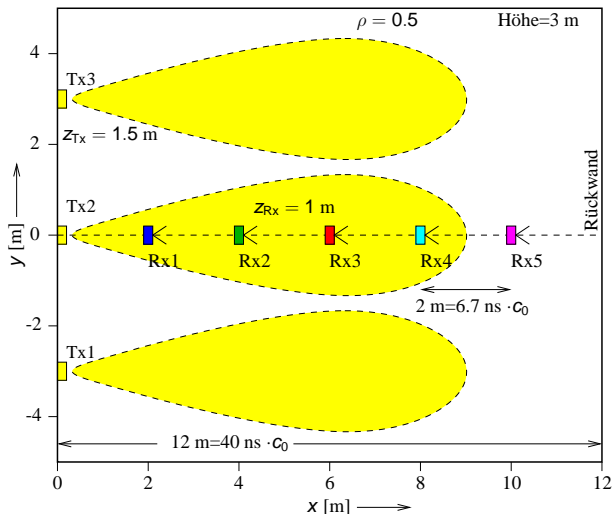


- Die Reflexionen höherer Ordnung werden schwächer (kleinerer Reflexionsfaktor)
- Jungnickels Kugelmodell unterschätzt die Leistung deutlich
- Asymptotisch exponentielles Abfallverhalten für $h_{\text{diff}}(t)$ sieht man ab ca. 6. Ordnung

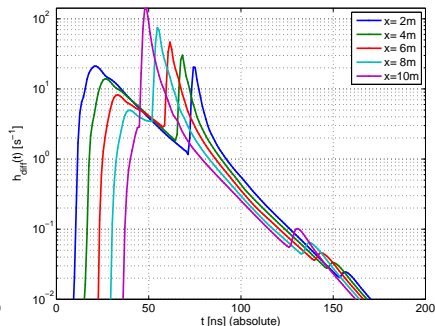
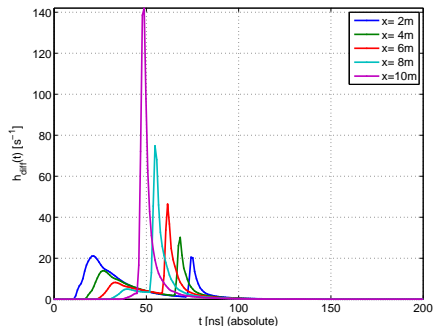
Modell-Seminarraum $12\text{ m} \times 10\text{ m} \times 3\text{ m}$ mit 3 Sendern

$\rho = 0.5$ für Wände und Decke, $\rho = 0.1$ für den Fußboden

Tx: Verallgemeinerter Lambert-Strahler mit $m = 7$; Rx nach hinten gerichtet

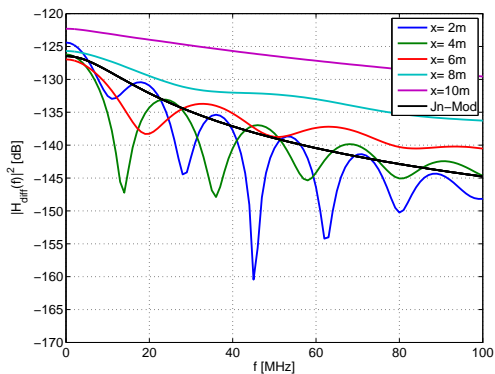


Impulsantworten für Seminarraum



- Bei den vorderen Rx-Positionen kommt ein starkes Signal von den Seitenwänden, hinten immer weniger
- Man erkennt die Echos von der Rückwand bei $t = (40 + k \cdot 6.7) \text{ ns}$, $k = 1, 2, \dots, 5$
- Bei $t = (120 + k \cdot 6.7) \text{ ns}$ wiederholt sich das Muster in abgeschwächter Form

Übertragungsfunktionen für Seminarraum



- Es können bei bestimmten Positionen starke Einbrüche (*Notches*) auftreten
- Das Jungnickel-Modell beschreibt grob den mittleren Verlauf

- Neues optisches Ausbreitungsmodell für Räume:
 - Beschreibung im Frequenzbereich
 - \rightsquigarrow Matrixmultiplikation ersetzt Summe über Faltungsprodukte
 - \rightsquigarrow Unendliche Reihe über die Reflexionsordnungen lässt sich aufsummieren
 - Ergebnisse im Zeitbereich (durch IFFT) lassen sich geometrisch interpretieren

- Neues optisches Ausbreitungsmodell für Räume:
 - Beschreibung im Frequenzbereich
 - \rightsquigarrow Matrixmultiplikation ersetzt Summe über Faltungsprodukte
 - \rightsquigarrow Unendliche Reihe über die Reflexionsordnungen lässt sich aufsummieren
 - Ergebnisse im Zeitbereich (durch IFFT) lassen sich geometrisch interpretieren

- Ausblick 1: Berücksichtigung der Einrichtungsgegenstände (vgl. Carruthers)

- Neues optisches Ausbreitungsmodell für Räume:
 - Beschreibung im Frequenzbereich
 - \rightsquigarrow Matrixmultiplikation ersetzt Summe über Faltungsprodukte
 - \rightsquigarrow Unendliche Reihe über die Reflexionsordnungen lässt sich aufsummieren
 - Ergebnisse im Zeitbereich (durch IFFT) lassen sich geometrisch interpretieren

- Ausblick 1: Berücksichtigung der Einrichtungsgegenstände (vgl. Carruthers)

- Ausblick 2: Verallgemeinerung für *Visible Light Communication* \rightsquigarrow weißes Licht $\rightsquigarrow \rho = \rho(\lambda)$

- Neues optisches Ausbreitungsmodell für Räume:
 - Beschreibung im Frequenzbereich
 - \rightsquigarrow Matrixmultiplikation ersetzt Summe über Faltungsprodukte
 - \rightsquigarrow Unendliche Reihe über die Reflexionsordnungen lässt sich aufsummieren
 - Ergebnisse im Zeitbereich (durch IFFT) lassen sich geometrisch interpretieren

- Ausblick 1: Berücksichtigung der Einrichtungsgegenstände (vgl. Carruthers)

- Ausblick 2: Verallgemeinerung für *Visible Light Communication* \rightsquigarrow weißes Licht $\rightsquigarrow \rho = \rho(\lambda)$

- Ausblick 3: Könnte man auf ähnliche Weise Konzertsäle beschreiben?